























































































































Referenzerstpension  $\hat{P}_t^i$  zu:

$$\hat{P}_t^i = \hat{q}_t^i \overline{W}_t^{LT,i} = \hat{\kappa}_t^i \hat{B}_t \overline{W}_t^{LT,i}. \quad (26)$$

Man kann die Pensionsformeln (25) und (26) auch in Form von Entgeltpunkten ausdrücken, wie sie in der deutschen Rentenberechnung Verwendung finden. Genauer gesprochen gibt ein im Alter von  $a$  Jahren erworbener Entgeltpunkt an, wie hoch das damalige Einkommen im Verhältnis zum damaligen Durchschnittseinkommen war, d.h.:

$$E_{a,t+a-1}^i \equiv \frac{W_{a,t+a-1}^i}{\overline{W}_{t+a-1}}, \quad (27)$$

für  $A_t^i \leq a \leq R_t^i - 1$ . Die gesamten Entgeltpunkte über das Arbeitsleben von Individuum  $i$  aus Generation  $t$  sind:

$$E_t^{LT,i} \equiv \sum_{a=A_t^i}^{R_t^i-1} E_{a,t+a-1}^i \quad (28)$$

und die durchschnittlichen Entgeltpunkte über das gesamte Arbeitsleben:

$$\overline{E}_t^{LT,i} \equiv \frac{1}{B_t^i} E_t^{LT,i}. \quad (29)$$

Weiters lässt sich eine Beziehung zwischen dem durchschnittlichen Lebenseinkommen  $\overline{W}_t^{LT,i}$  und den durchschnittlichen Entgeltpunkten  $\overline{E}_t^{LT,i}$  aufstellen:

$$\overline{E}_t^{LT,i} = \frac{\overline{W}_t^{LT,i}}{\overline{W}_{t+R_t^i-1}}. \quad (30)$$

Das Verhältnis des durchschnittlichen individuellen Lebenseinkommens zum aggregierten Durchschnittseinkommen bei Pensionsantritt ist also gleich den durchschnittlichen Entgeltpunkten. Das folgt aus dem Zusammenhang, dass:

$$E_t^{LT,i} = \sum_{a=A_t^i}^{R_t^i-1} \frac{W_{a,t+a-1}^i}{\overline{W}_{t+a-1}} = \sum_{a=A_t^i}^{R_t^i-1} \frac{W_{a,t+a-1}^i (1+g)^{R_t^i-a}}{\overline{W}_{t+a-1} (1+g)^{R_t^i-a}} = \sum_{a=A_t^i}^{R_t^i-1} \frac{W_{a,t+a-1}^i (1+g)^{R_t^i-a}}{\overline{W}_{t+R_t^i-1}} = \frac{B_t^i \overline{W}_t^{LT,i}}{\overline{W}_{t+R_t^i-1}},$$

wobei die vorletzte Beziehung folgt aus  $\overline{W}_{t+a-1} = \overline{W}_{t+R_t^i-1} \frac{1}{(1+g)^{R_t^i-a}}$ . Daraus und aus (29) folgt unmittelbar (30).

Die Pensionsformeln (25) und (26) lassen sich also auch wie folgt schreiben:

$$P_t^i = \hat{\kappa}_t^i B_t^i \overline{W}_{t+R_t^i-1} \overline{E}_t^{LT,i} \delta_t(\hat{R}_t, R_t^i), \quad (31)$$

$$\hat{P}_t^i = \hat{\kappa}_t^i \hat{B}_t^i \overline{W}_{t+R_t^i-1} \overline{E}_t^{LT,i}. \quad (32)$$

Nebenbei bemerkt lässt sich zeigen, dass in einem stationären Zustand, die durchschnittlichen Entgeltpunkte  $\overline{E}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overline{E}_t^i$  einer Kohorte gleich eins sind. Dazu wird angenommen dass  $A_t^i = A$ ,  $R_t^i = R$  und dass die durchschnittlichen Alterseinkommen konstant sind, also  $\overline{W}_{a,t} = \overline{W}_{a,s}, \forall s, t$ , wobei  $\overline{W}_{a,t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{a,t}^i$ . Der Beweis ist hier ausgelassen.

### C.3 Interpersonelle Unterschiede

Man kann sich nun fragen, wie man individuelle Unterschiede in der Lebensspanne  $D_t^i$  bei der Pensionsformel berücksichtigen könnte. Ausgangspunkt der Überlegungen kann dabei ein Vergleich der Gesamtpensionssumme und der Gesamtbeiträge sein, wie das auch in Tabellen 1 und 2 angeführt ist. Wenn man wieder auf den Referenzfall mit  $R_t^i = \hat{R}_t$  und  $B_t^i = \hat{B}_t$  sieht, so lässt sich die gesamte Pensionssumme wie folgt schreiben:

$$\hat{P}_t^{LT,i} = \sum_{a=\hat{R}_t}^{D_t^i-1} \hat{P}_t^i (1+g)^{a-\hat{R}_t} \frac{1}{(1+\rho)^{a-\hat{R}_t}} = \sum_{a=\hat{R}_t}^{D_t^i-1} \hat{P}_t^i = (D_t^i - \hat{R}_t) \hat{P}_t^i, \quad (33)$$

wobei ich hier angenommen habe, dass die Erstpension mit der Wachstumsrate der Einkommen angepasst wird und dass die Diskontrate  $\rho$  gleich dieser Wachstumsrate  $g$  ist. Die gesamten Beiträge für den Referenzfall sind wiederum gegeben als:

$$\hat{C}_t^{LT,i} = (\hat{R}_t - \hat{A}_t) \tau \overline{W}_t^{LT,i}. \quad (34)$$

Die gesamten Beiträge sind für alle Individuen mit  $R_t^i = \hat{R}_t$  und  $B_t^i = \hat{B}_t$  gleich. Aus Gleichung (33) sieht man allerdings, dass die Gesamtpensionssumme für Individuen mit einer höheren Lebensspanne  $D_t^i$  größer ist. Das mag als unfair betrachtet werden. Breyer & Hupfeld (2009) haben etwa argumentiert, dass dadurch das Prinzip der ‘‘Verteilungsneutralität’’ verletzt wird. Anstatt dessen könnte man einfordern, dass das Pensionssystem so ausgestaltet wird, dass das Verhältnis von Gesamtpensionen zu Gesamtbeiträgen für alle Individuen gleich einem Wert  $\lambda$  ist (wobei  $\lambda = 1$  den Referenzfall einer perfekten Äquivalenz darstellt), d.h.  $\frac{\hat{P}_t^{LT,i}}{\hat{C}_t^{LT,i}} = \lambda$ . Daraus ergibt sich ein Wert für die individuelle Ersatzrate,

der dieser Anforderung genügt:

$$\hat{q}_t^i = \tau\lambda \frac{\hat{R}_t - \hat{A}_t}{D_t^i - \hat{R}_t}. \quad (35)$$

Diesen Ausdruck kann man noch anschaulicher darstellen, wenn man einen Referenzwert  $\hat{q}_t$  für Kohorte  $t$  so festlegt, dass er dem Wert von  $\hat{q}_t^i$  in Gleichung (35) für das Individuum mit der durchschnittlichen Lebenserwartung  $\bar{D}_t$  entspricht, also:<sup>25</sup>

$$\hat{q}_t = \tau\lambda \frac{\hat{R}_t - \hat{A}_t}{\bar{D}_t - \hat{R}_t}. \quad (36)$$

Durch Umformung und Einsetzen kann man nun Gleichung (35) auch schreiben als:

$$\hat{q}_t^i = \hat{q}_t \frac{\bar{D}_t - \hat{R}_t}{D_t^i - \hat{R}_t}. \quad (37)$$

Das ist eine kompakte Darstellung, die auch als Gleichung (2) im Text angeführt wird. Sie besagt, dass die Zielersatzrate eines Individuums umgekehrt proportional zu der Anzahl seiner Pensionsjahre sein soll. In Beispiel C von Tabelle 2 hatte man etwa  $\hat{q}^H = \hat{q} \frac{\bar{D} - \hat{R}}{D^i - \hat{R}} = 0,75 \frac{80-65}{82-65} = 0,66$  und ähnlich  $\hat{q}^L = 0,75 \frac{80-65}{78-65} = 0,87$ . Gleichung (37) ist auch analog zu dem Vorschlag von Breyer & Hupfeld (2009, S. 362) für eine Anpassung des deutschen Rentensystems, wobei sie diese Formel postulieren und nicht unmittelbar aus einer Äquivalenz von Gesamtpensionssumme  $\hat{P}_t^{LT,i}$  und Gesamtbeiträgen  $\hat{C}_t^{LT,i}$  herleiten.

## C.4 Intertemporale Unterschiede

Man kann nun auf das Budget des Systems schauen und sich fragen, wie man die Referenzgrößen  $\hat{R}_t$ ,  $\hat{B}_t$  und  $\hat{q}_t$  über die Zeit (d.h. mit steigender Lebenserwartung  $\bar{D}_t$ ) anpassen muss, damit das System ausgeglichen bleibt. Hierzu kann man verlangen, dass die Summe aller Gesamtpensionssummen  $\sum_{i=1}^N \hat{P}_t^{LT,i}$  gleich den Gesamtbeiträgen  $\sum_{i=1}^N \hat{C}_t^{LT,i}$  ist. Durch Einsetzen von (37) in (33) ergibt sich, dass  $\sum_{i=1}^N \hat{P}_t^{LT,i} = \hat{q}_t (\bar{D}_t - \hat{R}_t) \sum_{i=1}^N \bar{W}_t^{LT,i}$  und  $\sum_{i=1}^N \hat{C}_t^{LT,i} = \tau \hat{B}_t \sum_{i=1}^N \bar{W}_t^{LT,i}$ . Wenn das Verhältnis der beiden wiederum über die Zeit konstant bei  $\lambda$  liegen soll so erhält man die Bedingung für ein ausgeglichenes Budget:

$$\hat{q}_t (\bar{D}_t - \hat{R}_t) = \tau\lambda (\hat{R}_t - \hat{A}_t). \quad (38)$$

Dies entspricht genau Gleichung (36).

---

<sup>25</sup>Es sei bemerkt, dass  $\hat{q}_t \neq \bar{q}_t^i$



Es gibt nun zwei Möglichkeiten die Budgetgleichung (38) im Angesicht steigender Lebenserwartung zu erfüllen. Man kann entweder das Referenzantrittsalter und die Referenzbeitragsjahre konstant halten und die Ersatzrate an die demographische Entwicklung anpassen oder man hält letztere konstant und variiert erstere. Für die Diskussion bezeichne ich die Werte im Ausgangszustand  $t = 0$  mit  $\hat{R}_0 = 65$ ,  $\hat{B}_0 = 45$  und  $\hat{q}_0 = 0.8$ .

Im ersten Fall wird also nur  $\hat{q}_t$  angepasst während  $\hat{R}_t = \hat{R}_0$ ,  $\hat{B}_t = \hat{B}_0$  (und daher auch  $\hat{A}_t = \hat{A}_0 = 20$ ). Aus Gleichung (38) kann man für den Zeitpunkt  $t = 0$  herleiten dass  $\tau\lambda = \hat{q}_0 \frac{\bar{D}_0 - \hat{R}_0}{\hat{R}_0 - \hat{A}_0}$ . Setzt man dies wiederum in (38) so erhält man:

$$\hat{q}_t = \hat{q}_0 \frac{\bar{D}_0 - \hat{R}_0}{\bar{D}_t - \hat{R}_0}. \quad (39)$$

Steigt etwa die durchschnittliche Lebenserwartung von  $\bar{D}_0 = 80$  auf  $\bar{D}_t = 84$ , dann muss die Referenzersatzrate (bei unveränderten Referenzwerten von  $\hat{R}_0 = 65$  und  $\hat{B}_0 = 45$ ) von  $\hat{q}_0 = 0,8$  auf  $\hat{q}_t = 0,63$  abgesenkt werden, um die Budgetstabilität zu gewährleisten.

Alternativ könnte man auch das Referenzantrittsalter und die Referenzbeitragsjahre ändern und dafür die Ersatzrate (und das Eintrittsalter) konstant lassen. Gleichung (38) lässt sich dann wie folgt schreiben:  $\hat{q}_0 (\bar{D}_t - \hat{R}_t) = \tau\lambda (\hat{R}_t - \hat{A}_0)$ . Wenn man diese Gleichung nach  $\hat{R}_t$  auflöst (und  $\tau\lambda$  durch die entsprechende Gleichung für den Zeitpunkt  $t = 0$  ersetzt) so erhält man:

$$\hat{R}_t - \hat{A}_0 = (\hat{R}_0 - \hat{A}_0) \frac{\bar{D}_t - \hat{A}_0}{\bar{D}_0 - \hat{A}_0}, \quad (40)$$

oder kompakter:  $\hat{B}_t = \hat{B}_0 \frac{\bar{D}_t - \hat{A}_0}{\bar{D}_0 - \hat{A}_0}$ . Gleichung (40) ist recht intuitiv. Sie besagt, dass bei einem Anstieg der Lebenserwartung das neue Referenzantrittsalter so festgesetzt werden muss, dass der Anteil der Arbeitsjahre an der gesamten Lebenszeit (nach Arbeitseintritt) konstant bleiben soll. Wenn im Ausgangszeitpunkt  $\frac{\hat{B}_0}{\bar{D}_0 - \hat{A}_0} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$  ist und wenn die Lebenserwartung auf  $\bar{D}_t = 84$  ansteigt, so müssen die Beitragsjahre auf  $\hat{B}_t = 48$  und das Referenzantrittsalter auf  $\hat{R}_t = 68$  angehoben werden, damit nach wie vor gilt dass  $\frac{\hat{B}_t}{\bar{D}_t - \hat{A}_0} = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$ .

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, dass man natürlich auch die beiden oben genannten Ansätze kombinieren und auf einen Anstieg der Lebenserwartung mit einer zeitgleichen Änderung der Referenzersatzrate (nach Formel (39)) und des Referenzantrittsalters (nach Formel (40)) reagieren könnte—etwa durch Anpassung in einem fixen Verhältnis.

## C.5 Interpersonelle und intertemporale Unterschiede

Ich habe jetzt in den letzten beiden Unterabschnitten dargelegt, wie man ein leistungsorientiertes Pensionskonto interpersonell differenzieren kann (um einkommensabhängige Mortalitätsunterschiede auszugleichen) und wie es intertemporal adaptiert werden kann (um auf eine steigende Lebenserwartung zu reagieren). Man kann nun diese beiden Anpassungsmechanismen zusammenbringen um ein System zu erhalten, das beiden Kriterien—der langfristigen finanziellen Stabilität und der interpersonellen Ausgewogenheit—Genüge leistet. Abermals gibt es verschiedene Varianten.

Die einfachste Möglichkeit wäre, dass man für jede Kohorte eine spezifische Referenzersatzrate nach Formel (39) festlegt und zugleich die interpersonellen Unterschiede nach Formel (37) (für konstante  $\hat{R}_t = \hat{R}_0$ ) implementiert. Es ergibt sich für jedes Mitglied  $i$  der Kohorte  $t$  eine simple Formel:

$$\hat{q}_t^i = \hat{q}_0 \frac{\bar{D}_0 - \hat{R}_0}{D_t^i - \hat{R}_0}. \quad (41)$$

Völlig analog könnte man hingegen auch das Referenzantrittsalter  $\hat{R}_t$  nach Formel (40) über die Zeit anpassen und dann die individuelle Ersatzrate festlegen als:

$$\hat{q}_t^i = \hat{q}_0 \frac{\bar{D}_0 - \hat{R}_t}{D_t^i - \hat{R}_t}. \quad (42)$$

Welche der beiden Varianten man für besser hält hat dabei wohl mit Fragen der Verhaltenstheorie bzw. politischen Ökonomie zu tun. Es mag leichter akzeptabel erscheinen, wenn man bei einem Anstieg der Lebenserwartung um 4 Jahre sagt, dass es eine Ersatzrate von 80% für den Durchschnittsverdiener nun nur noch für einen Antritt im Alter von 68 Jahren gibt als dass man die neue Referenzersatzrate mit 63% bei einem Antritt mit 65 verlautbart. Die einkommensspezifischen Abweichung rund um diese Referenzwerte sind aber in jedem Fall gleich und erfolgen nach Formel (37).

Theoretisch wäre es auch möglich, die gesamten interpersonellen wie intertemporalen Anpassungen nur in Form von individuellen Referenzantrittsaltern  $\hat{R}_t^i$  und einer dauerhaft konstanten Referenzersatzrate  $\hat{q}_0$  zu kommunizieren. Man kann zeigen, dass sich eine Äquivalenz von Gesamtbeiträgen und Gesamtpensionsleistungen statt (37) auch wie folgt herstellen lässt:

$$\hat{R}_t^i = \hat{R}_t \frac{D_t^i - \hat{A}_t}{\bar{D}_t - \hat{A}_t} + \hat{A}_t \frac{\bar{D}_t - D_t^i}{\bar{D}_t - \hat{A}_t}. \quad (43)$$

Bei dem Beispiel von Tabelle 2 hätte man etwa:  $\hat{R}^H = 65 \frac{82-20}{80-20} + 20 \frac{80-82}{80-20} = 66,5$  und

$\hat{R}^L = 63,5$ . Man hätte hier also (lebens)einkommensabhängige Referenzantrittsalter. Ein Individuum das nur die Hälfte des Durchschnittseinkommen erzielt darf bereits mit 63,5 abschlagsfrei (also mit 75% Ersatzrate) in Pension gehen, während der Gutverdienende mit  $\bar{E}^H = 1,5$  diese Ersatzrate erst bei einem Antritt im Alter von 66,5 zugesprochen erhält. Mit Anstieg der Lebenserwartung ändern sich diese spezifischen Referenzantrittsalter dann gemäß einer Kombination aus Formeln (43) und (40). Das ist in Abbildung 2b dargestellt. Wiewohl das eine anschauliche Darstellung ist, wäre es vermutlich schwierig solch ein Regelwerk zu kommunizieren.

Zum Autor:

Markus Knell ist Mitarbeiter der Abteilung für volkswirtschaftliche Studien der Oesterreichischen Nationalbank in Wien.

# Materialien zu Wirtschaft und Gesellschaft"

## Die Working Paper-Reihe der AK Wien

sind unregelmäßig erscheinende Hefte, in denen aktuelle Fragen der Wirtschaftspolitik behandelt werden. Sie sollen in erster Linie Informationsmaterial und Diskussionsgrundlage für an diesen Fragen Interessierte darstellen.

**Ab Heft 80 sind die Beiträge auch als pdf-Datei zum Herunterladen im Internet**

<http://wien.arbeiterkammer.at/service/studien/MaterialienzuWirtschaftundGesellschaft/index.html>

Heft 129	Vermögensunterschiede nach Geschlecht, Mai 2014
Heft 130	Budgetanalyse 2014-2018, Mai 2014
Heft 131	Zugangsbeschränkungen und Chancen(un)gleichheit im österreichischen Hochschulsystem, Juli 2014
Heft 132	Die Berufslandschaft im Strukturwandel einer urbanen Ökonomie: Wien 2001-12, August 2014
Heft 133	Die Sachgüterproduktion Österreichs: Entwicklung und gesamtwirtschaftliche Bedeutung im internationalen Vergleich, Oktober 2014
Heft 134	Chancengleichheit in Österreich - Bildungs- und Einkommenskorrelationen von Geschwistern, November 2014
Heft 135	Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen, Zeitreihen 1995-2013, Dezember 2014
Heft 136	Sozioökonomische Charakteristika der Vermögensverteilung in Österreich – Eine Analyse des HFCS 2010, Dezember 2014
Heft 137	Drivers of wealth inequality in euro area countries, Februar 2015
Heft 138	Implementing the Golden Rule for Public Investment in Europe – Safeguarding Public Investment and Supporting the Recovery; März 2015
Heft 139	Haben und Nichthaben in der Vermögensgesellschaft - Vermögensarten und Vermögentypen: Eine Auswertung des European Household Finance and Consumption Survey (HFCS); März 2015
Heft 140	Der Berufs- und Branchenstrukturwandel der Beschäftigung in Österreich 1991-2012, April 2015
Heft 141	Of Proprietors and Proletarians - Inequality, Household Indebtedness, Macroeconomic Imbalances and the Ownership Society, April 2015
Heft 142	Analyse des Bundesfinanzrahmengesetzes 2016 bis 2019 - Spielraum für Beschäftigungspolitik; Juni 2015
Heft 143	Freizeitoption - Evaluierungsupdate einer arbeitszeitpolitischen Innovation, Juni 2015
Heft 144	Wissens-Spillovers und regionale Entwicklung, Juli 2015
Heft 145	Strukturwandel und regionales Wachstum – Wissensintensive Unternehmensdienste als „Wachstumsmotor“?, September 2015
Heft 146	Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen, Zeitreihen 1995 – 2014, Oktober 2015
Heft 147	Budgetanalyse 2016, Wichtigste Budgetpolitische Herausforderung: Arbeitslosigkeit senken, November 2015
Heft 148	Arbeitszeiten in Österreich: Zwischen Wünschen und Realität, Dezember 2015
Heft 149	Bequests and the Accumulation of Wealth in the Eurozone, Februar 2016
Heft 150	Länder-Gemeinde-Transferverflechtungen, April 2016
Heft 151	Aufgabenorientierter Finanzausgleich am Beispiel der Elementarbildung, April 2016
Heft 152	Budgetanalyse 2016-2020, Mai 2016
Heft 153	Reichtum – Legitimation und Kritik, Juni 2016
Heft 154	Das europäische Schattenbankensystem, Juli 2016
Heft 155	Wem gehören die größten Unternehmen Österreichs?, Juli 2016
Heft 156	The Political Economy of Income Distribution: Industry Level Evidence from Austria, September 2016
Heft 157	The Gender Wealth Gap Across European Countries, September 2016
Heft 158	Moving Regulation out of Democratic Reach: Regulatory Cooperation in CETA and its Implications, September 2016
Heft 159	Überlegungen zur fairen und nachhaltigen Ausgestaltung eines Pensionskontensystems, Oktober 2016