

funktion und die sortierten Lohneinkommen auf einer logarithmierten Skala zeigt, ersichtlich wird, beschreibt diese Form der Exponentialverteilung die Bruttolöhne der obersten 20% der 1% Stichprobe der Lohnsteuerstatistik 2007 in einem sehr zufriedenstellenden Ausmaß.⁸ Die höchsten Einkommen der Stichprobe liegen nicht exakt auf dieser Gerade, da sie aus datenschutzrechtlichen Gründen mittels Mikroaggregation⁹ anonymisiert wurden.

Aus der Paretoannahme kann Van der Wijks Gesetz hergeleitet werden,¹⁰ wobei das Durchschnittseinkommen \bar{y} über einer Einkommensgrenze \tilde{y} in ein proportionales Verhältnis gesetzt wird, welches durch den Parameter α determiniert wird:

$$\alpha = \frac{\bar{y}}{\bar{y} - \tilde{y}}$$

Somit kann Paretos α für jede Einkommensklasse mit einer sehr hohen Genauigkeit berechnet werden. In einem zweiten Schritt werden die Einkommensanteile selbst berechnet. Dazu verwenden wir Atkinsons Formel,¹¹ die Bevölkerungs- (p) und Einkommensanteile (e) verschiedener Einkommensklassen zueinander in Verhältnis setzt.

$$e_i = \frac{p_i^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}{p_j^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}} \cdot e_j \quad (2)$$

Setzt man in diese Formel die mit Van der Wijks Gesetz berechneten Pareto α und ein aus der veröffentlichten Statistik bekanntes Bevölkerungs- und Einkommensanteilspar p_j und e_j ein, kann der Einkommensanteil für jeden beliebigen Bevölkerungsanteil p_j berechnet werden.

Für die Lohnsteuerstatistik 2009 (vgl. Tab. 1) lässt sich der Einkommensanteil der Top-10% daher wie folgt berechnen: Ausgangspunkt für die Interpolation ist die nächstgelegene Einkommensstufe, die Gruppe mit einem Jahresbruttobezug zwischen 40.000 und 50.000 €. Mehr als 50.000 € verdienen 12,8% der Bevölkerung. Diese beziehen dabei 35,6% der gesamten Bruttobezüge. Im ersten Schritt wird mit Van der Wijks Formel der Parameter α der Paretoverteilung berechnet. Das durchschnittliche Einkommen der Personen mit Einkommen größer 50.000 € ist

77.162 €. Paretos α ist daher $\frac{77,16}{77,16 - 50} = 2,84$. Daraus ergibt sich ein Einkommensanteil der Top 10% von $e_i = \frac{0,1^{2,84}}{0,128} \cdot 0,356 = 0,3045$.

2.3 Genauigkeit der Interpolation

Um die geschätzten Einkommensanteile einer Genauigkeitsprüfung zu unterziehen, werden sie für den Zeitraum von 1995-2007 mit den tatsächlich realisierten Einkommensanteilen verglichen.¹²